

1. Stereometria- Úvod

Cieľ: Porozumieť základným pojmom v stereometrii, vedieť vysvetliť jej aplikáciu v praktickom živote

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet Žiakov: 30

Pomôcky: papier A3, fixky, rysovacie potreby, farebné papiere, nožnice, lepidlo, lepiaca páska,..

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi.

Priebeh vyučovacej hodiny

Žiakov rozdelím do 4-5 členných skupín. Cieľom hodiny je, aby študenti porozumeli základným pojmom v stereometrii a jej aplikácii v praxi. Každá skupina dostane zadanie, v ktorom bude musieť vytvoriť a prezentovať poster na tému Stereometria a jej využitie v praxi.

Zadanie úlohy (5 min):

1. Vytvorenie posteru (10 min):

Každá skupina si pripraví pomocou dostupných pomôcok (papier A3, fixky, rysovacie potreby, farebné papiere, nožnice, lepidlo, lepiaca páska,..) poster. Každý poster musí obsahovať:

- Základné pojmy: Bod, Priamka, Rovina- vysvetlenie, označenie
- Čím je jednoznačne určená priamka, rovina
- Základné telesá

Najviac sa cení ukážka aplikácie jednotlivých pojmov v praxi

2. Diskusia o zaujímavosti (10 min)

- a. Každý člen skupiny odprezentuje 1 zaujímavosť o stereometrii, ktorú si pripravil ako súčasť domáceho štúdia
- b. Členovia skupiny vyberú 1 zaujímavosť, ktorú doplnia do posteru

3. *Prezentácia (15min):*

Po uplynutí 20 minút každá skupina nainštaluje svoj poster na stenu triedy. 2 členovia skupiny zostávajú pri svojej práci a zvyšok skupiny chodí po triede a hodnotí postery aj ich prezentácie zvyšných skupín. Žiaci už chodia jednotlivo, kladú otázky a zapisujú do hodnotiacej tabuľky body (splnené/nesplnené). Striedajú sa tak aby každý mal možnosť počuť a vidieť všetky prezentácie.

Názov skupiny							
Základné pojmy+vysvetlenie							
Telesá							
Prepojenie s praxou (0-5 bodov)							
Zaujímavosť (0-5 bodov)							
Odpoveď na moju otázku							

Tabuľky môžu mať vytlačené alebo použijú zdieľanú tabuľku excel, ktorá umožňuje okamžité vyhodnotenie.

4. *Záver (5min)*

Prezentácia výsledkov a zhodnotenie práce

Ukázalo sa ako užitočné zapisovať výsledky do vopred pripravenej zdieľanej tabuľky excel. Žiaci tak robili v priebehu hodnotenia pomocou svojich zariadení (mobilné telefóny, tablety). Pred koncom hodiny tak zostal čas na zhodnotenie celej práce učiteľkou.

2. Zobrazenia priestorových útvarov do roviny

Cieľ: Porozumieť princípom lineárnej perspektívy a jej aplikácii v praxi

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet Žiakov: 30

Pomôcky: papier A3, rysovacie potreby, farbičky, farebné papiere, nožnice, lepidlo, lepiaca páska,..

Poznámka:

Priebeh vyučovacej hodiny

Úvod (3 min)

Žiakov rozdelím dopredu do 4 členných skupín (šetrí to čas počas hodiny). Každá skupina dostane zadanie, v ktorom bude musieť vytvoriť a prezentovať vlastný jednoduchý návrh parku.

Učiteľ uvedie žiakov do príbehu napr.:

Ste tímy projektantov, ktoré sa uchádzajú o projekt na revitalizáciu parku pred budovou školy. Aby ste sa mohli zúčastniť tejto verejnej súťaže, musíte splniť nasledujúce zadania:

Zadanie úlohy:

1. Vytvorenie návrhu (5-8 min):

Každá skupina si načrtne vlastný návrh parku. Každý návrh musí obsahovať:

- Hlavnú cestu cez park
- Aspoň jednu lavičku
- Aspoň jeden smetný kôš v tvare kvádra.

2. Kresba pomocou lineárnej perspektívy (12-15 min):

- Narysujte horizontálnu čiaru a ústredný bod.
- Navrhните hlavnú cestu, lavičky, stromy a ďalšie prvky podľa princípov lineárnej perspektívy
- Po uplynutí 20 minút každá skupina predvedie svoj návrh pred ostatnými skupinami.

3. Prezentácia (17 min):

Každá skupina má na prezentáciu maximálne 2 minúty. Môžu chodiť pomedzi spolužiakov, zavolať si pozorovateľov,..

Prezentácia musí obsahovať:

- Krátke vysvetlenie konceptu projektu.
- Ukážku a vysvetlenie projektu s využitím lineárnej perspektívy.
- Výhody a nevýhody lineárnej perspektívy v kontexte zrozumiteľnosti návrhu.

4. Hodnotenie:

Jednotlivé tímy počas prezentácií hodnotia:

- Kreativitu
- Dodržanie pravidiel, ktoré platia pre lineárnu perspektívu

Na základe týchto kritérií určia 3 tímy, ktoré postúpia do užšej súťaže (získajú jednotky, body,...)

Prínosy hodiny:

- Študenti sa naučia aplikovať princípy lineárnej perspektívy v reálnom kontexte.
- Rozvinú svoje zručnosti v tímovej práci a prezentácii.
- Zlepšenie porozumenia geometrickým konceptom a ich praktickému využitiu.

Táto úloha rozvíja schopnosť vizualizácie a praktické aplikácie teoretických znalostí. V priebehu prezentácií dochádza k diskusii medzi skupinami, čo pomôže utvrdiť porozumenie téme a zlepšiť argumentačné zručnosti.

3. Voľné rovnobežné premietanie



Ciel': Porozumieť základným princípom voľného rovnobežného premietania a vedieť ich využiť v reálnych situáciách

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: papier A3, fixky, rysovacie potreby, farebné papiere, nožnice, lepidlo, lepiaca páska,..

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi.

Priebeh vyučovacej hodiny

Úvod (5 min): Žiaci pracujú v dvojiciach. Cieľom hodiny je, aby študenti porozumeli princípom voľného rovnobežného premietania a jeho aplikácii v praxi. Každá skupina dostane zadanie, v ktorom bude musieť vytvoriť a prezentovať vlastný návrh jednoduchého architektonického projektu s použitím voľného rovnobežného premietania.

Zadanie úlohy:

1. Vytvorenie návrhu (25 min):

Vytvorte návrh altánku na školskom dvore. Projekt by mal spĺňať nasledujúce kritériá:

- V návrhu musia byť použité „**povinné**“ geometrické útvary: kocka, kváder, ihlan, každý aspoň raz.
- Celý návrh musí byť zostrojený v súlade s pravidlami voľného rovnobežného premietania.

Komisia vyberie víťazný projekt podľa nasledovných kritérií:

1. Použitie povinných geometrických útvarov.....3b
2. Presnosť rysovania.....1b
3. Dodržanie pravidiel pre voľné rovnobežné premietanie.....3b
4. Kreativnosť (nápad)3b

2. Kresba pomocou voľného rovnobežného premietania:

- Pomocou A4 papiera, pravítok a ceruziek vytvorí dvojica návrh daného projektu. Náčrt musí jasne ukazovať hlavné prvky projektu a ich umiestnenie.
- Použite voľné rovnobežné premietanie na zobrazenie všetkých dôležitých častí projektu.
- Mená tvorcov budú napísané na zadnej strane projektov.

3. Hodnotenie (15 min):

- Po uplynutí **25 minút** každá dvojica prilepí na tabuľu svoj projekt k vopred napísanému číslu (učiteľ). Takto bude projektu priradené číslo aby bola zachovaná anonymita.
- Žiaci sú rozdelení do 4-5 členných skupín podľa farieb papierikov (učiteľ)
- Žiaci v skupinách diskutujú o hodnotení jednotlivých projektov. Využívajú na to vopred pripravený hodnotiaci hárok.
- Na záver hodnotenie pristúpi 1 žiak z každej skupiny a prilepí papierik na víťazný projekt.

4. Vyhodnotenie (5 min):

- Vybraní žiaci vysvetľujú svoje rozhodnutie

Cieľ úlohy:

- Študenti sa naučia aplikovať princípy voľného rovnobežného premietania v reálnom kontexte.
- Rozvinú svoje zručnosti v tímovej práci a prezentácii.
- Zlepšenie porozumenia geometrickým konceptom a ich praktickému využitiu.

Táto úloha rozvíja schopnosť vizualizácie a praktické aplikácie teoretických znalostí. V priebehu hodnotenia dôjde k diskusii medzi žiakmi, čo pomôže utvrdiť porozumenie téme a zlepšiť argumentačné zručnosti.

Hodnotiaci hárok

Komisia:

	Použitie povinných geom. Útvarov (3b)	Presnosť rysovania (1b)	Pravidlá pre voľné rovnobežné premietanie (3b)	Kreatívnosť (3b)	spolu
1. projekt					
2. projekt					
3. projekt					
4. projekt					
5. projekt					
6. projekt					
7. projekt					
8. projekt					
9. projekt					
10. projekt					
11. projekt					
12. projekt					
13. projekt					

4. Základné vzťahy medzi bodmi priamkami a rovinami

Cieľ: Žiaci si upevnia a prehĺbia poznatky o základných vzťahoch bodov, priamok a rovín v priestore. Zároveň si rozvinú prezentačné zručnosti, prácu v tíme a schopnosť aplikovať teoretické poznatky na praktické úlohy.

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi.

Priebeh vyučovacej hodiny

Rozdelenie do skupín: (5 min) Žiakov rozdelím do 4-5 členných skupín. Využijem vyťahovanie pojmov z vrecúška- (4x-BOD, 4x- PRIAMKA, 4x-ROVINA, 5x-Leží, 5x-neleží, 5x- podmnožina,)- rovnaký pojem tvorí jednu skupinu.

Riešenie úloh (20 min)

- Každá skupina dostane zadanie dvoch úloh vid'. Príloha: **Základné vzťahy medzi bodmi_priamkami_rovinami_Úlohy** (môžu si napr. vytiahnuť z vrecúška 2 čísla)
- Žiaci v skupinách pracujú na jednotlivých úlohách. Upozorním žiakov, že kedykoľvek v priebehu hodiny môžem kohokoľvek vyzvať aby vysvetlil nejaký príklad. Preto je dôležité aby všetci členovia skupiny pracovali na pridelených úlohách tak aby si navzájom vysvetľovali a argumentovali.
- Približne po **7 minútach** práce zadám pokyn aby jeden člen skupiny si zobral svoju doterajšiu prácu a posunul sa do najbližšej skupiny v smere hodinových ručičiek.
- V nových skupinách si žiaci navzájom vysvetlia na čo doteraz prišli a pracujú ďalej.
- Po ďalších cca **7 minútach** opäť zopakujeme presun. A po cca **7 minútach** znova. Presúvajú sa vždy iní žiaci.

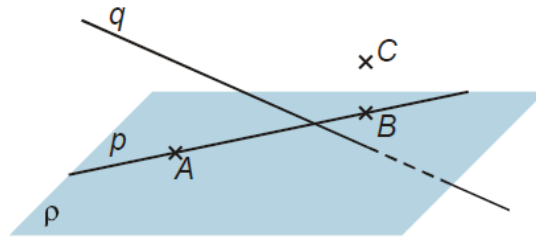
Prezentácia (15 min):

Zástupca každej skupiny si vylosuje z vrecúška 1 príklad, ktorý odprezentuje pred triedou.

Hodnotenie (5 min)- učiteľ krátko zhodnotí prácu žiakov v tíme, vyzdvihne silné a slabé stránky jednotlivých skupín (príprava na sebahodnotene a hodnotenie žiakov)

ÚLOHY:

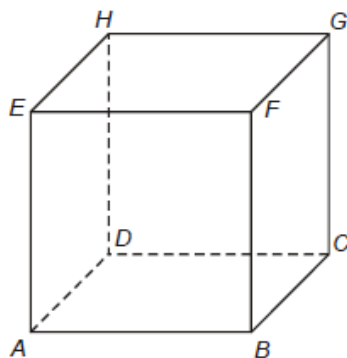
1. Zapište situáciu na obrázku pomocou vzťahov medzi bodmi, priamkami a rovinou.



2. Načrtnite obrázok pre situáciu: $A \in p$, $p \subset \rho$, $B \in q$, $q \subset \rho$
3. Nájdite všetky spôsoby, ako môže byť pomocou bodov a priamok jednoznačne určená rovina.
4. Vysvetlite, prečo sa štvornohý stôl môže na rozdiel od trojného kývať.
5. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zakreslite do jej obrázka priamky \overleftrightarrow{ED} , $\overleftrightarrow{AS_{GH}}$ a rozhodnite či ležia v rovine \overleftrightarrow{ADE} . Svoje tvrdenie zdôvodnite.
6. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zakreslite do jej obrázka priamky \overleftrightarrow{EF} , $\overleftrightarrow{AS_{CG}}$ a rozhodnite či ležia v rovine \overleftrightarrow{ACG} . Svoje tvrdenie zdôvodnite.
7. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Rozhodnite, či ležia v jednej rovine body
 - a) B, D, G, H . Svoje tvrdenie zdôvodnite.
 - b) $* S_{AE}, S_{AB}, S_{BC}, S_{CG}$
8. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zakreslite do jej obrázka roviny:
 - a) \overleftrightarrow{CGH}
 - b) \overleftrightarrow{BGH}
 - c) \overleftrightarrow{BFH}
 - d) \overleftrightarrow{BCE}

DOHODA:

- S_{AB} - znamená stred úsečky AB
- Štandardnou kockou budeme nazývať kocku $ABCDEFGH$ nakreslenou v nasledujúcej polohe:



5. Vzájomné polohy dvoch priamok v priestore



Ciel': Táto aktivita podporuje spoluprácu, kritické myslenie, vizuálne predstavy v priestore a sebavedomé prezentovanie výsledkov. Žiaci si upevnia a prehľadujú poznatky o vzájomnej polohe dvoch priamok v priestore.

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi.

Priebeh vyučovacej hodiny:

Tvorba tímov (5 min) – Žiaci sa rozdelia do skupín po 4–5 žiakov. Každý tím si zvolí názov, ktorý súvisí s matematikou (napr. Priestoroví prieskumníci, Geometrickí detektívi, Priamkové legendy).

Pridelenie úloh (5 min) – Každý tím si vylosuje svoju úlohu z pripravenej „tajomnej schránky“ s kartičkami, na ktorých sú zadania (možno ich rozdeliť podľa obtiažnosti).

Riešenie a diskusia v tíme – Tímy spolupracujú na riešení, kreslia náčrty na tabuľu alebo papier a diskutujú nad svojimi odpoveďami.

Prezentácia objavov – Každý tím vystúpi pred triedou a predstaví svoje riešenie. Môžu použiť tabuľu, pripravené modely alebo interaktívnu prezentáciu. Trieda môže klásť otázky a diskutovať.

Sebahodnotenie (5 min)- Žiaci odpovedajú na otázky:

A. Porozumenie témy

1. Rozumiem, aké polohy môžu mať dve priamky v priestore? (Vysvetlím, aké sú možnosti.)
2. Viem rozlíšiť, kedy sú priamky rovnobežné, rôznobežné alebo mimobežné? (Vysvetlím rozdiely.)
3. Chápem, ako sa určuje vzájomná poloha dvoch priamok v priestore?

B. Aplikácia vedomostí

1. Vedel/a som použiť teóriu pri riešení úloh? (Napríklad pri určovaní polohy priamok v kocke.)
2. Mám problém s určovaním vzájomnej polohy priamok v priestore? (Ak áno, kde konkrétne?)
3. Zvládol/zvládla som riešiť úlohy s určovaním vzájomnej polohy priamok?

C. Tímová práca a prezentácia

1. Čo som robil/robila v skupine? (Aká bola moja úloha?)
2. Pomohol/pomohla som skupine pri riešení úloh?
3. Vedel/vedela som vysvetliť, ako sme riešili úlohu? (Pri prezentácii.)

D. Osobný rozvoj

1. Čo nové som sa dnes naučil/naučila?
2. V čom sa chcem zlepšiť? (Napríklad v rysovaní, priestorovom predstavovaní, vysvetľovaní.)
3. Čo urobím, aby som aj v budúcnosti zvládol/zvládla určit' vzájomnú polohu priamok?

Bonus:

Na záver môže učiteľ oceniť najlepšie riešenie **cenu „Priestorový expert“** a pochváliť najlepšie argumentované vysvetlenia.

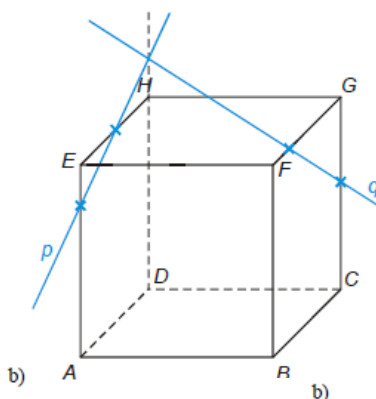
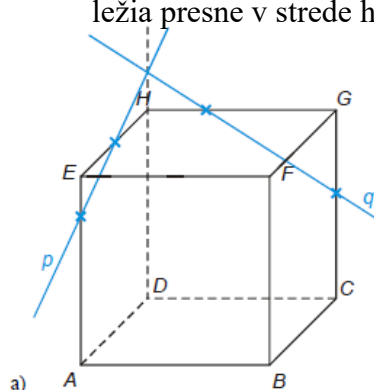
ÚLOHY:

1. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte vzájomnú polohu priamok

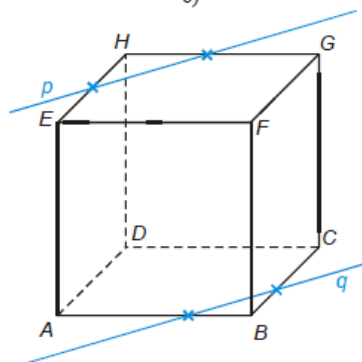
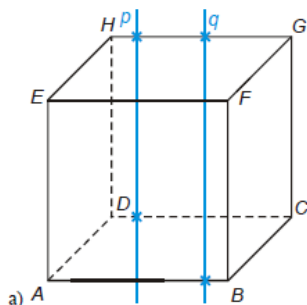
- a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CG}$ b) $\overrightarrow{AS_{CG}}, \overrightarrow{BD}$ c) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{S_{BC}S_{CD}}$ d) $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{S_{AE}S_{DH}}$ e) $\overrightarrow{EC}, \overrightarrow{BH}$

2.* Dokážte, že v kocke $ABCDEFGH$ platí: $\overrightarrow{S_{AE}S_{CG}} \parallel \overrightarrow{S_{AB}S_{BC}}$

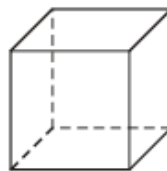
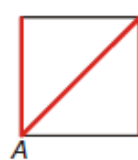
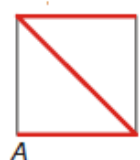
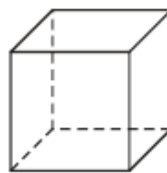
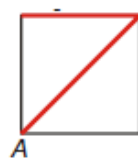
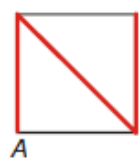
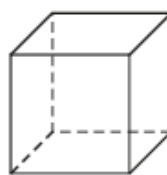
3. Určte vzájomnú polohu priamok na obrázku ak priesečníky priamok s hranami kocky ležia presne v strede hrany. :



4. Určte vzájomnú polohu priamok na obrázku:



5. Sklenená kocka je zdobená lomenou čiarou z červeného drôtu. Drôt môže byť natiahnutý tak po stenách ako aj vo vnútri kocky. Zakreslite drôt do voľného rovnobežného priemetu kocky na základe nárysu, pôdorysu a bokorysu:



Zdroj: Realisticky.cz

6. Vzájomné polohy priamky s rovinou, dvoch rovín v priestore

Cieľ: Žiaci si upevnia a prehĺbia poznatky o vzájomnej polohe priamky a roviny, ako aj o vzájomnej polohe dvoch rovín v priestore. Zároveň si rozvinú prezentačné zručnosti, prácu v tíme a schopnosť aplikovať teoretické poznatky na praktické úlohy.

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi.

Priebeh vyučovacej hodiny:

Rozdelenie do skupín, opakovanie (5 min)- Žiaci sa rozdelia do skupín po 3-4 žiakoch, zopakujú si v skupinách základné pojmy a vzťahy, ktoré si našťudovali počas domácej prípravy. Učiteľ prideli jednotlivým skupinám označenie (napr. nejaký pojem zo Stereometrie)

Riešenie úloh (25 min):

Každá skupina dostane sadu úloh (napr. 1 na priamku a rovinu a 1 na dve roviny), ktoré obsahujú zadania typu:

- Určiť vzájomnú polohu priamok a rovín v modeli kocky.
- S pomocou modelov vizualizovať rovnobežnosť a prienik rovín.
- Overiť platnosť kritérií rovnobežnosti.

Prezentácia (15 min):

Každá skupina predstaví svoje riešenie, odôvodní svoje postupy a odpovie na prípadné otázky spolužiakov.

Hodnotenie: Ostatní žiaci hodnotia prezentácie svojich spolužiakov a poskytujú konštruktívnu spätnú väzbu. Učiteľ môže hodnotenia pozbierať alebo ich nechá hodnoteným skupinám.

Na hodnotenie môžu žiaci použiť hodnotiaci formulár:

Hodnotená skupina: _____

Hodnotiaci (moje meno alebo anonymne): _____

1. Obsah a správnosť riešenia

Bolo riešenie správne a logicky vysvetlené?

- 1 – Chybné, nezrozumiteľné
- 2 – Viaceré chyby, nejasné
- 3 – Občas nejasné, ale väčšinou správne
- 4 – Takmer bez chýb, logické vysvetlenie
- 5 – Správne, výborne vysvetlené

Poznámky: _____

2. Jasnosť a zrozumiteľnosť prezentácie

Bolo vysvetlenie logické a prehľadné?

- 1 – Veľmi nejasné, nezrozumiteľné
- 2 – Čiastočne zrozumiteľné, chýbali príklady
- 3 – Dalo sa pochopiť, ale mohlo byť lepšie
- 4 – Väčšinou jasné, dobre podané
- 5 – Výborne vysvetlené, prehľadné

Čo pomohlo pochopeniu? _____

3. Prezentačné zručnosti

Hovorili členovia skupiny jasne a zrozumiteľne?

- 1 – Príliš tichý/chaotický prejav
- 2 – Miestami nejasný prejav
- 3 – Primeraná hlasitosť, mohli byť istejší
- 4 – Plynulé a jasné vystupovanie
- 5 – Sebavedomé, zrozumiteľné, pútavé

Ako by sa mohli zlepšiť? _____

4. Tímová spolupráca

Zapojili sa všetci členovia tímu?

- 1 – Hovoril len jeden člen
- 2 – Väčšinou len jeden-dvaja
- 3 – Väčšina tímu sa zapojila
- 4 – Všetci sa zapojili rovnomerne
- 5 – Výborná tímová práca

Ako spolupracovali? _____

5. Celkový dojem a odporúčania

Aký bol môj celkový dojem?

- 1 – Potrebujú veľké zlepšenie
- 2 – Viaceré veci nejasné, ale snaha bola
- 3 – Priemerné, miestami zaujímavé
- 4 – Veľmi dobré, dobre pripravené
- 5 – Skvelé, bolo radosť počúvať!

Odporúčania:

ÚLOHY:

Vzájomná poloha priamky a roviny

- Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte všetky priamky určené vrcholmi kocky a prechádzajúce bodom F , ktoré sú:
 - Ravnobežné s rovinou \overleftrightarrow{ADE}
 - rôznobežné s rovinou \overleftrightarrow{ADE}
- Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte všetky roviny určené vrcholmi kocky a prechádzajúce bodom G , ktoré sú:
 - Ravnobežné s priamkou \overleftrightarrow{AC}
 - rôznobežné s rovinou \overleftrightarrow{AC}
- Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte vzájomnú polohu :
 - priamky $\overleftrightarrow{S_{EG}S_{BG}}$ a roviny \overleftrightarrow{ABC}
 - priamky $\overleftrightarrow{S_{AC}S_{BG}}$ a roviny \overleftrightarrow{CDG}
 - priamky $\overleftrightarrow{S_{BG}S_{AH}}$ a roviny \overleftrightarrow{CDE}
 - priamky $\overleftrightarrow{S_{EG}S_{BG}}$ a roviny \overleftrightarrow{BCE}
 - priamky $\overleftrightarrow{S_{EG}S_{BF}}$ a roviny \overleftrightarrow{ABG}
- *Je daná kocka $ABCDEFGH$. Ved'te bodom S_{AB} priamku rovnobežnú s rovinami \overleftrightarrow{BEG} , \overleftrightarrow{BDH}

Vzájomná poloha 2 rovín

1 Na kocke $ABCDEFGH$ zistite vzájomnú polohu rovín α, β a tvrdenie zdôvodnite.

- $\alpha = \overleftrightarrow{S_{FB}S_{FG}S_{FE}}$, $\beta = \overleftrightarrow{EBG}$
- $\alpha = \overleftrightarrow{ACG}$, $\beta = \overleftrightarrow{DHF}$
- $\alpha = \overleftrightarrow{ACG}$, $\beta = \overleftrightarrow{ES_{AC}S_{EG}}$

2. Dokážte, že rovina $\alpha = \overleftrightarrow{ACH}$ je rovnobežná s rovinou $\beta = \overleftrightarrow{BEG}$

3. Na kocke $ABCDEFGH$ zistite vzájomnú polohu rovín $\overleftrightarrow{S_{FB}S_{FG}S_{FE}}$, \overleftrightarrow{DFB} a tvrdenie zdôvodnite.

4. Dokážte, že rovina $\overleftrightarrow{S_{FB}S_{FG}S_{FE}}$ je rovnobežná s rovinou \overleftrightarrow{ACH}

7. Rezy telies I.

Cieľ: Žiaci si precvičia konštrukciu jednoduchých rezov kocky (metóda spájania bodov). Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh vyučovacej hodiny:

Úvod (5 min)

- Učiteľ zopakuje základné princípy zostrojovania rezov telesa rovinou.
- Krátka diskusia: Aké tvary môže mať rez kocky?

Práca v dvojiciach s aktívnym vyhľadávaním pomoci (25 min)

- Žiaci pracujú v dvojiciach na riešení úloh
- Postup riešenia:
 1. Určiť priesečníky roviny so stenami kocky.
 2. Spojiť priesečníky do mnohoúhelníka.
 3. Označiť viditeľné a neviditeľné hrany.
 4. Konzultovať riešenie v rámci dvojice.
 5. Ak ani jeden z dvojice nevie pokračovať v riešení, obaja vstanú a idú sa pýtať inej dvojice.
 6. Takto chodia po triede, kým neporozumejú riešeniu, následne sa vrátia na svoje miesto a pokračujú v práci.
 7. Pri vysvetľovaní môžu žiaci použiť tabuľu.

Prezentácia riešení a diskusia (10 min)

- Vybraní žiaci predstavia svoje riešenie na tabuli.
- Ostatní môžu klásť otázky a navrhovať vylepšenia.
- Učiteľ poskytuje spätnú väzbu a zdôrazňuje dôležité momenty riešenia.

Reflexia a sebahodnotenie (5 min)

Exit Ticket – Sebahodnotenie

Vyhodnoťte svoju prácu na hodine zakrúžkovaním príslušného čísla:

1. Ako dobre si rozumiem téme „rez telesa rovinou“?
(1) Nerozumiem (2) Skôr nerozumiem (3) Rozumiem (4) Veľmi dobre rozumiem
2. Ako aktívne som pracoval/a počas hodiny?
(1) Veľmi málo (2) Priemerne (3) Snažil/a som sa (4) Pracoval/a som naplno
3. Ako som prispel/a k práci dvojice?
(1) Skôr som sa spoliehal/a na druhého (2) Prispel/a som čiastočne (3) Aktívne som pomáhal/a (4) Vysvetľoval/a som aj iným
4. Požiadal/a som o pomoc iných dvojíc, keď som si nevedel/a poradiť?
(1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie
5. Pomohol som niekomu pri riešení úlohy?
(1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie
6. Čo som sa na tejto hodine naučil/a?

7. Čo mi ešte nie je jasné a potrebujem si zopakovať?

Očakávané výstupy:

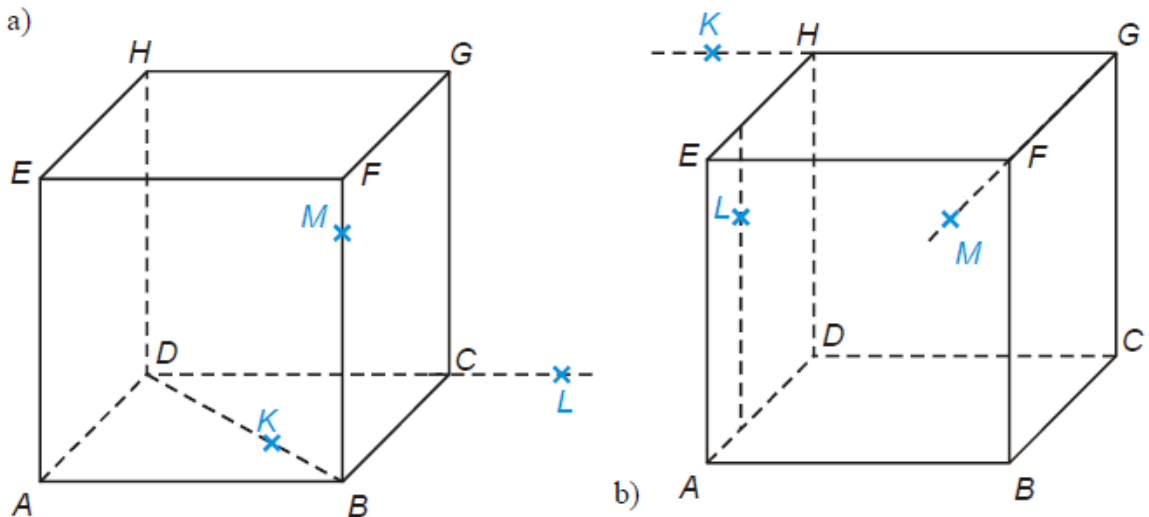
- Žiaci budú schopní samostatne zostrojiť rez kocky ľubovoľnou rovinou.
- Budú vedieť vysvetliť svoj postup a obhájiť riešenie pred spolužiakmi.
- Naučia sa efektívne spolupracovať a aktívne vyhľadávať pomoc.
- Budú rozvíjať komunikačné a prezentačné zručnosti.

ÚLOHY:

1. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte rez tejto kocky rovinou:

- $\overleftrightarrow{S_{AB}F\vec{C}}$
- $\overleftrightarrow{S_{AE}B\vec{D}}$
- $\overleftrightarrow{S_{BC}S_{CH}G}$

2. Zostrojte rezy kocky $ABCDEFGH$ rovinami určenými bodmi K, L, M .



3. *Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte rez tejto kocky rovinou:

- \overleftrightarrow{KLM} , kde K leží na polpriamke \overrightarrow{AB} , $|KA| = \frac{3}{2}|AB|$, L leží na polpriamke \overrightarrow{AE} , $|LA| = \frac{3}{2}|AE|$ a M leží na polpriamke \overrightarrow{FG} , $|MF| = \frac{3}{2}|FG|$.
- \overleftrightarrow{KLM} , kde K leží na polpriamke \overrightarrow{BA} , $|KA| = \frac{1}{2}|AB|$, L leží na polpriamke \overrightarrow{BF} , $|LB| = \frac{3}{2}|BF|$ a M leží na polpriamke \overrightarrow{EH} , $|MH| = \frac{3}{2}|EH|$.

8. Rezy telies II.

Cieľ: Žiaci si precvičia konštrukciu jednoduchých rezov kocky (metóda konštrukcia rovnobežiek). Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh vyučovacej hodiny:

Úvod (5 min)

- Učiteľ zopakuje základné princípy zostrojovania rezov telesa rovinou.
- Krátka diskusia: Aké tvary môže mať rez kocky?

Práca v dvojiciach s aktívnym vyhľadávaním pomoci (25 min)

- Žiaci pracujú v dvojiciach na riešení úloh
- Postup riešenia:
 1. Určiť priesečníky roviny so stenami kocky.
 2. Spojiť priesečníky do mnohoúhelníka.
 3. Označiť viditeľné a neviditeľné hrany.
 4. Konzultovať riešenie v rámci dvojice.
 5. Ak ani jeden z dvojice nevie pokračovať v riešení, obaja vstanú a idú sa pýtať inej dvojice.
 6. Takto chodia po triede, kým neporozumejú riešeniu, následne sa vrátia na svoje miesto a pokračujú v práci.
 7. Pri vysvetľovaní môžu žiaci použiť tabuľu.

Prezentácia riešení a diskusia (10 min)

- Vybraní žiaci predstavia svoje riešenie na tabuli.
- Ostatní môžu klásť otázky a navrhovať vylepšenia.
- Učiteľ poskytuje spätnú väzbu a zdôrazňuje dôležité momenty riešenia.

Reflexia a sebahodnotenie (5 min)

Exit Ticket – Sebahodnotenie

Vyhodnoťte svoju prácu na hodine zakrúžkovaním príslušného čísla:

8. Ako dobre si rozumiem téme „rez telesa rovinou“?
- (1) Nerozumiem (2) Skôr nerozumiem (3) Rozumiem (4) Veľmi dobre rozumiem
9. Ako aktívne som pracoval/a počas hodiny?
- (1) Veľmi málo (2) Priemerne (3) Snažil/a som sa (4) Pracoval/a som naplno
10. Ako som prispel/a k práci dvojice?
- (1) Skôr som sa spoliehal/a na druhého (2) Prispel/a som čiastočne (3) Aktívne som pomáhal/a (4) Vysvetľoval/a som aj iným
11. Požiadal/a som o pomoc iných dvojíc, keď som si nevedel/a poradiť?
- (1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie
12. Pomohol som niekomu pri riešení úlohy?
- (1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie
13. Čo som sa na tejto hodine naučil/a?
-
14. Čo mi ešte nie je jasné a potrebujem si zopakovať?
-

Očakávané výstupy:

- Žiaci budú schopní samostatne zostrojiť rez kocky ľubovoľnou rovinou.
- Budú vedieť vysvetliť svoj postup a obhájiť riešenie pred spolužiakmi.
- Naučia sa efektívne spolupracovať a aktívne vyhľadávať pomoc.
- Budú rozvíjať komunikačné a prezentačné zručnosti.

ÚLOHY

1. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte rez tejto kocky rovinou: $\overleftrightarrow{ABS_{CG}}$

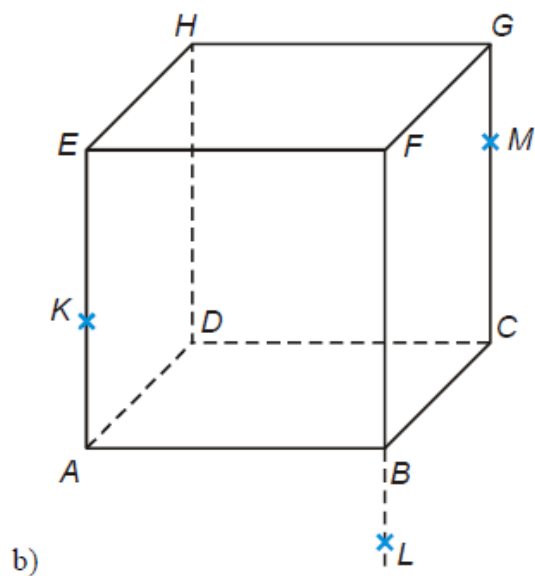
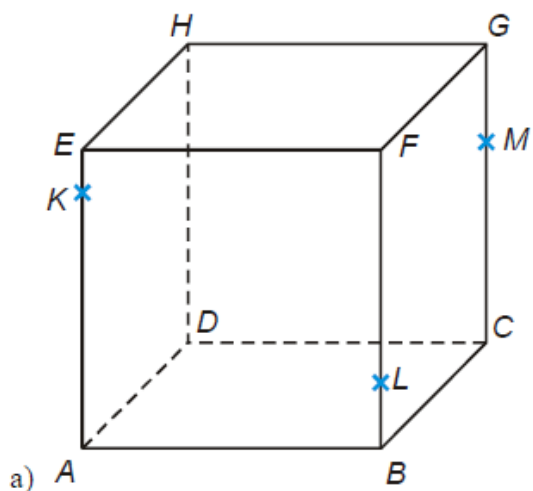
2. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte rez tejto kocky rovinou:

a) $\overleftrightarrow{BS_{AE}S_{CG}}$

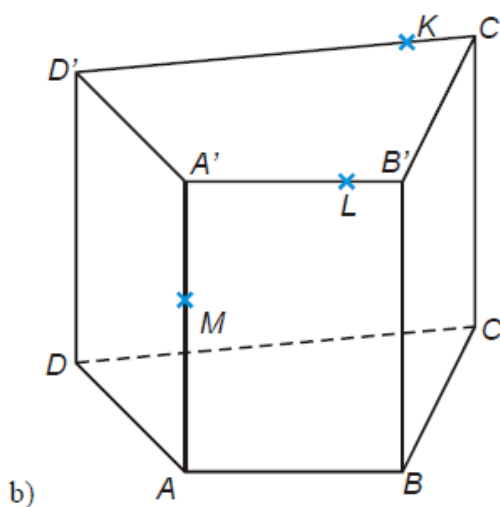
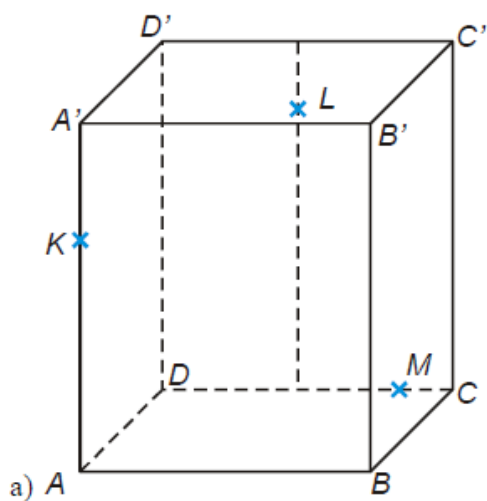
b) $\overleftrightarrow{AHS_{BF}}$

c) $\overleftrightarrow{CS_{BF}S_{EF}}$

3. Zostrojte rezy kocky $ABCDEFGH$ rovinami určenými bodmi K, L, M .



4. *Zostrojte rezy telies rovinami určenými bodmi K, L, M .



9. Rezy telies III.

Cieľ: Žiaci si precvičia konštrukciu jednoduchých rezov kocky (metóda predlžovania hrán). Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh vyučovacej hodiny:

Úvod (5 min)

- Učiteľ zopakuje základné princípy zostrojovania rezov telesa rovinou.
- Krátka diskusia: Aké tvary môže mať rez kocky?

Práca v dvojiciach s aktívnym vyhľadávaním pomoci (25 min)

- Žiaci pracujú v dvojiciach na riešení úloh
- Postup riešenia:
 1. Určiť priesečníky roviny so stenami kocky.
 2. Spojiť priesečníky do mnohoúhelníka.
 3. Označiť viditeľné a neviditeľné hrany.
 4. Konzultovať riešenie v rámci dvojice.
 5. Ak ani jeden z dvojice nevie pokračovať v riešení, obaja vstanú a idú sa pýtať inej dvojice.
 6. Takto chodia po triede, kým neporozumejú riešeniu, následne sa vrátia na svoje miesto a pokračujú v práci.
 7. Pri vysvetľovaní môžu žiaci použiť tabuľu.

Prezentácia riešení a diskusia (10 min)

- Vybraní žiaci predstavia svoje riešenie na tabuli.
- Ostatní môžu klásť otázky a navrhovať vylepšenia.
- Učiteľ poskytuje spätnú väzbu a zdôrazňuje dôležité momenty riešenia.

Reflexia a sebahodnotenie (5 min)

Exit Ticket – Sebahodnotenie

Vyhodnoťte svoju prácu na hodine zakrúžkovaním príslušného čísla:

15. Ako dobre si rozumiem téme „rez telesa rovinou“?

(1) Nerozumiem (2) Skôr nerozumiem (3) Rozumiem (4) Veľmi dobre rozumiem

16. Ako aktívne som pracoval/a počas hodiny?

(1) Veľmi málo (2) Priemerne (3) Snažil/a som sa (4) Pracoval/a som naplno

17. Ako som prispel/a k práci dvojice?

(1) Skôr som sa spoliehal/a na druhého (2) Prispel/a som čiastočne (3) Aktívne som pomáhal/a (4) Vysvetľoval/a som aj iným

18. Požiadal/a som o pomoc iných dvojíc, keď som si nevedel/a poradiť?

(1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie

19. Pomohol som niekomu pri riešení úlohy?

(1) Vôbec (2) Len raz (3) Niekoľkokrát (4) Aktívne som sa zapájal/a do diskusie

20. Čo som sa na tejto hodine naučil/a?

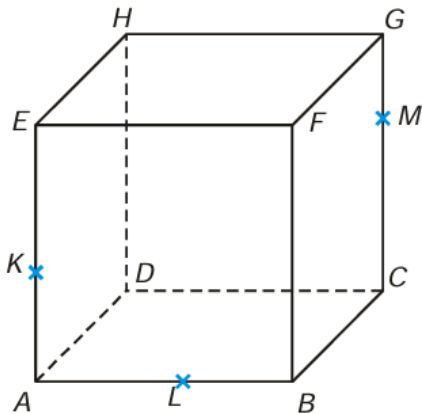
21. Čo mi ešte nie je jasné a potrebujem si zopakovať?

Očakávané výstupy:

- Žiaci budú schopní samostatne zostrojiť rez kocky ľubovoľnou rovinou.
- Budú vedieť vysvetliť svoj postup a obhájiť riešenie pred spolužiakmi.
- Naučia sa efektívne spolupracovať a aktívne vyhľadávať pomoc.
- Budú rozvíjať komunikačné a prezentačné zručnosti.

ÚLOHY:

1. Zostrojte rez kocky $ABCDEFGH$ rovinou KLM



2. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte
- Priesečníky priamky $S_{AB}S_{BC}$ s rovinami stien AED a CDG ,
 - Priesečníky priamky $S_{BF}S_{FG}$ s rovinami stien CDG a ABC ,
 - Priesečníky priamky $S_{CG}S_{DC}$ s rovinami stien EFG a ADE ,
 - Priesečníky priamky $S_{EF}S_{EH}$ s rovinami stien CDG a BCF .
3. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte zvyšné priesečníky zadaných priamok s rovinami určenými stenami kocky
- | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $S_{AB}S_{AD}$ | b) $S_{AE}S_{EF}$ | c) $S_{CG}S_{FG}$ |
| e) $S_{CG}S_{GH}$ | d) $S_{BC}S_{AE}$ | |
4. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte rez tejto kocky rovinou:
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$ | b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$ | c) $S_{AB}S_{BF}S_{EH}$ |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|



10. Priesečnica dvoch rovín

Cieľ:

- Žiak vie zdefinovať priesečnicu dvoch rovín v priestore
- Žiak dokáže popísať postup konštrukcie dvoch rovín
- Žiak zostrojí priesečnicu dvoch rovín
- Žiak vie aplikovať vedomosti o rezoch telies pri konštrukcii priesečnice dvoch rovín

Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby, sada kartičiek s písmenami („P“, „S“)

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh vyučovacej hodiny:

Úvod (5min): Žiakov rozdelíme do trojíc alebo dvojíc tak aby sme mali 10 menších skupín. Po rozdelení necháme žiakom čas aby si v skupinkách prerozprávali čo si o priesečnici dvoch rovín našťudovali doma.

Práca v skupinách (15 min)

- Každá skupina si vytiahne jeden príklad z krabičky. Vždy dve skupiny majú rovnaký príklad.
- Žiaci pracujú na svojich návrhoch. Dostanú pokyn, že skupiny s rovnakým zadáním môžu spolupracovať, v tom prípade ale musia odprezentovať dva rôzne návrhy (môžu spolu súvisieť).
- Učiteľ chodí pomedzi skupiny a nabáda žiakov k ďalšej práci vhodne zvolenými otázkami.

Prezentácia (20 min)

- Žiaci sa vrátia do pôvodných skupín, Zo škatulky si ťahajú tentoraz kartičku s písmenom „P“ – prezentujúci alebo „H“ - hodnotiteľ (vyťahujú si súčasne z dvoch kariet dve skupiny s rovnakými príkladmi), tak aby v každej dvojici s rovnakým príkladom bola jedna skupinka „prezentujúcich“ a jedna skupinka „hodnotiteľov“.
- Prezentujúca skupina vysvetľuje svoj návrh riešenia pred triedou (každá skupina cca 5 min). Počúvajú všetci žiaci. Na konci prezentácie skupina hodnotiteľov zhodnotí priebeh prípravy aj prezentáciu. Sústredia sa na
 1. Správnosť riešenia úlohy (hľadanie priesečnice dvoch rovín)

2. Tímová práca
 3. Kreativita návrhu
- Po skončení hodnotenia sa zvyšok triedy hlasovaní vyjadrí či ich presvedčili prezentujúci alebo naopak hodnotitelia (môžu byť aj v súlade Vtedy má zvyšok triedy právo spochybníť obe skupiny alebo odsúhlasiť hodnotenie)

Záver (5 min) Učiteľ zhodnotí celkový priebeh hodiny. Môže oceniť najlepšie pracujúce skupiny.

Úlohy:

1. Architektonický návrh budovy

Predstavte si, že ste architekti a navrhujete modernú budovu s presklenými vonkajšími stenami. Časť budovy má tvar kocky ABCDEFGH, pričom dve veľké vnútorné steny sú určené rovinami \overleftrightarrow{AFH} a \overleftrightarrow{ACE}

Vašou úlohou je:

- a) Zostrojíte priesečnicu týchto dvoch stien.
- b) Navrhnete farebné riešenie vnútorných stien budovy.

2. Konštrukcia mosta

Ste stavební inžinieri a pracujete na návrhu mosta s dvoma šikmými nosníkmi, ktoré sa navzájom pretínajú. Predstavte si, že hlavná konštrukcia mosta má tvar kocky ABCDEFGH, kde jednotlivé roviny predstavujú dôležité nosné prvky mosta.

- Rovina $\overleftrightarrow{AS_{BF}G}$ predstavuje sklonený nosník spájajúci hlavné podpory mosta.
- Rovina $\overleftrightarrow{ACS_{BC}}$ modeluje inú časť nosnej konštrukcie, ktorá zabezpečuje stabilitu mosta.

Vašou úlohou je určiť priesečnicu dvoch rovín, ktoré modelujú konštrukčné plochy mosta:

- a) Zostrojíte priesečnicu týchto dvoch rovín v modeli kocky a určíte, kde sa pretínajú.
- b) Táto priesečnica predstavuje líniu kontaktu medzi dvoma nosníkmi mosta, ktorú potrebujete poznať na správne umiestnenie spojovacích prvkov. Navrhnete rozmiestnenie týchto spojovacích prvkov.

3. Letecká navigácia a bezpečnosť letov

Ako leteckí dispečeri sledujete trajektórie dvoch lietadiel, pričom každé sa pohybuje v inej rovine. Vašou úlohou je určiť priesečnicu týchto rovín, aby ste mohli zistiť, či by sa lietadlá mohli v určitom bode stretnúť.

Predstavte si, že vzdušný priestor nad letiskom je rozdelený do sektorov, ktoré si môžete modelovať ako kocku ABCDEFGH. Lietadlá sa pohybujú v rôznych letových hladinách, ktoré sú reprezentované rovinami $\overleftrightarrow{AS_{AE}S_{GH}}$ a $\overleftrightarrow{BCS_{CG}}$.

Vašou úlohou je:

- Zostrojíte priesečnicu týchto dvoch rovín.
- Určíte, či táto priesečnica prechádza letovou hladinou oboch lietadiel, čím by mohlo dôjsť ku kolízii.
- Navrhnete, ako by sa mala upraviť výška letu jedného z lietadiel, aby sa zabránilo nebezpečnému stretnutiu.

Tento model pomáha leteckým dispečerom predchádzať nehodám a efektívne riadiť pohyb lietadiel vo vzdušnom priestore.

4. Geodetické merania v teréne – Určenie priesečnice svahov

Ako geodeti mapujete terén pre plánovanie novej cesty cez hornatú krajinu. V určitom úseku sa stretávajú dva svahy, a je dôležité určiť ich priesečnicu, aby ste mohli presne zistiť, kde sa tieto svahy pretínajú a aký bude tvar terénu v tomto bode. Táto informácia je kľúčová pre bezpečný návrh cesty, stability svahu a odvodnenia.

Predstavte si tento úsek krajiny ako kocku ABCDEFGH, kde svahy zodpovedajú rovinám $\overrightarrow{S_{ABCH}}$ a $\overrightarrow{BES_{CG}}$.

Vašou úlohou je:

- Zostrojíte priesečnicu týchto dvoch rovín.
- Analyzovať, kde sa táto priesečnica nachádza vzhľadom na reliéf a aký vplyv by mohla mať na stabilitu budúcej cesty.
- Navrhnete možné úpravy terénu alebo trasovania cesty, ak je priesečnica svahov problematická pre stavbu.

Správne určenie priesečnice svahov pomáha geodetom a inžinierom navrhovať bezpečné a efektívne dopravné riešenia.

5. Dizajn nábytku – Určenie priesečnice dosiek pri návrhu stola

Ako dizajnéri nábytku navrhujete moderný stôl s dvoma šikmými doskami, ktoré sa v určitom bode stretávajú. Aby ste mohli správne vyrezať a spojiť materiál, musíte presne určiť líniu, v ktorej sa tieto dosky pretínajú. Táto priesečnica vám pomôže zabezpečiť stabilitu a estetiku konečného výrobku.

Predstavte si model tohto stola ako kocku ABCDEFGH, kde dosky zodpovedajú rovinám $\overrightarrow{HS_{FGB}}$ a \overrightarrow{ACE} .

Vašou úlohou je:

- Zostrojíte priesečnicu týchto dvoch rovín.
- Určíte, aký tvar bude mať hrana spoja a ako ju treba vyrezať pre presné spojenie materiálu.
- Navrhnete možné úpravy dizajnu, ak by sa priesečnica nachádzala v nevhodnom mieste pre stabilitu stola.

Presným výpočtom a návrhom priesečnice dosiek zabezpečíte, že výsledný nábytok bude nielen vizuálne atraktívny, ale aj konštrukčne pevný a funkčný.

11. Priesečník priamky s rovinou

Ciel':

- Žiak vie zdefinovať priesečník priamky s rovinou
- Žiak vie opísať postup konštrukcie priesečníka priamky s rovinou
- Žiak zostrojí priesečník priamky s rovinou
- Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby, počítač (tablet, mobilný telefón...)

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh hodiny

Úvod (5 min): Žiaci sa rozdelia do dvojíc (menších skupín). Navzájom si zdieľajú čo sa si zapamätali počas domáceho štúdia. Pomôcť môže osnova napísaná na tabuľu:

1. Priesečník priamky s rovinou- vysvetlenie
2. Postup zostrojenia priesečníka (4 body)

Práca žiakov na úlohách (35 min)

- Žiaci pracujú v dvojiciach alebo malých skupinách.
- Postupne riešia úlohy
- Kontrolujú svoje riešenia pomocou Geogebra 3D
- Pri riešení problému požiadajú o pomoc inú dvojicu, skupinu
- Ak má problém na rovnakom mieste viacero skupín, tak žiaci prezentujú na tabuli (aj problém aj riešenie)

Reflexia a sebahodnotenie (5 min)

Žiaci vyplnia exit ticket s nasledujúcimi otázkami:

1. Ako sa mi darilo pri riešení úlohy?
2. Ktorá časť postupu mi robila najväčší problém?
3. Ako mi pomohli spolužiaci pri riešení?
4. Ako som pomohol/pomohla spolužiakom pri riešení?
5. Viem vysvetliť postup zostrojenia priesečníka vlastnými slovami?

Príklady:

1. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte priesečník priamky \overleftrightarrow{DF} s rovinou \overleftrightarrow{ACH} .
2. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte priesečník priamky \overleftrightarrow{DF} s rovinou \overleftrightarrow{ACH} .
Na riešenie použite inú rovinu ako v predchádzajúcom prípade.
3. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte priesečník priamky $\overleftrightarrow{S_{AE}S_{GH}}$ s rovinou $\overleftrightarrow{AHS_{BF}}$
4. * Je daný pravidelný štvorboký ihlan $ABDV$. Zostrojte priesečník priamky $\overleftrightarrow{KS_{DV}}$, kde $K \in \overleftrightarrow{AB}$, $|AK| = 1,5|AB|$ s rovinou \overleftrightarrow{BCV}
5. Je daná kocka $ABCDEFGH$. Zostrojte priesečník priamky \overleftrightarrow{KH} s rovinou $\overleftrightarrow{GS_{BF}S_{AD}}$

12. Uhol dvoch priamok

Ciel':

- Žiak vie zdefinovať uhol dvoch priamok v priestore.
- Žiak vie načrtnúť uhol dvoch priamok v priestore.
- Žiak dokáže graficky určiť uhol dvoch mimobežných priamok
- Žiak vie previesť problém uhla dvoch priamok z priestoru do roviny. Dokáže nájsť vhodný rovinný útvar, v ktorom vie uhol dvoch priamok vypočítať.
- Zároveň si rozvinú schopnosť priestorovej predstavivosti, prácu vo dvojiciach, prezentačné a komunikačné zručnosti

Odporúčané predmety: matematika

Čas: 45 min

Vek: 3. ročník gymnázium

Počet žiakov: 30

Pomôcky: sada príkladov, model kocky, rysovacie potreby, počítač (tablet, mobilný telefón...)

Poznámka: Žiaci by už mali mať skúsenosť so štúdiom učebných materiálov doma (mimo vyučovacej hodiny). Mali by už mať skúsenosť s tým, že je dôležité prísť na hodinu pripravený aspoň čiastočne aby mohli kvalifikovane spolupracovať so spolužiakmi

Priebeh hodiny

Úvod (7 min): opakovanie napr. pomocou:

Metóda: „3-2-1 Pyramída poznania“

Ako to funguje:

1. **3 Kľúčové pojmy:** Žiaci si v tichosti premyslia a zapíšu 3 kľúčové pojmy alebo myšlienky, ktoré si zapamätali z domáceho štúdia. Môžu to byť definície, vzorce, postupy, alebo čokoľvek, čo považujú za najdôležitejšie.
2. **2 Otázky:** Žiaci si zapíšu 2 otázky, ktoré im napadli pri domácom štúdiu, alebo 2 veci, ktoré im nie sú úplne jasné.
3. **1 Aplikácia:** Žiaci si zapíšu 1 spôsob, ako by sa dané poznatky dali aplikovať v praxi alebo v iných témach.

Priebeh:

1. 1 minúta: Žiaci si v tichosti premýšľajú a zapisujú svoje „3-2-1 Pyramídy poznania“.
2. 3 minúty: Žiaci sa rozdelia do malých skupín (3-4 žiaci) a zdieľajú svoje pyramídy. Diskutujú o kľúčových pojmoch, odpovedajú na otázky a hľadajú spôsoby aplikácie.
3. 3 minúty: Každá skupina zdieľa s celou triedou jednu zaujímavú myšlienku alebo otázku, ktorá vyplynula z ich diskusie.

Výhody metódy:

- **Rýchla a efektívna:** Umožňuje rýchle zopakovanie kľúčových poznatkov.
- **Aktívna účasť:** Zapája všetkých žiakov do aktívneho premýšľania a diskusie.
- **Zistenie nejasností:** Učiteľ rýchlo zistí, ktoré pojmy sú pre žiakov problematické.
- **Podpora kritického myslenia:** Žiaci sa učia aplikovať teoretické poznatky na praktické situácie.
- **Interakcia:** Podporuje interakciu a spoluprácu medzi žiakmi.

Tipy pre učiteľa:

- Pred začiatkom aktivity vysvetlite žiakom, ako funguje „3-2-1 Pyramída poznania“.
- Rozdelenie do skupín si pripravte dopredu (ušetríte čas)
- Povzbudzujte žiakov, aby si zapisovali konkrétne a relevantné informácie.
- Počas diskusie v skupinách monitorujte ich prácu a odpovedajte na prípadné otázky.
- Pri zdieľaní s celou triedou vyberajte zaujímavé a rôznorodé myšlienky.

Riešenie praktických úloh (20 minút):

- Žiaci pracujú v skupinách na riešení zadaných príkladov (Príklad 1, 2, 4).
- Učiteľ monitoruje prácu skupín, pomáha pri riešení problémov, poskytuje usmernenie.
- Dôraz na správne aplikovanie teoretických poznatkov na praktické úlohy.
- Žiaci si kreslia náčrtky telies a priamok, označujú uhly, ktoré majú vypočítať.
- Žiaci si navzájom pomáhajú pri riešení problémov aj medzi skupinami. Je povolené aby sa skupiny počas riešenia preskupovali, zlučovali,...

Prezentácia a diskusia (13 minút):

- Každá skupina prezentuje riešenie vybraného príkladu pred spolužiakmi.
- Dôraz na vysvetlenie postupu, zdôvodnenie krokov, použitie goniometrických funkcií, sínusovej a kosínusovej vety.
- Diskusia o rôznych prístupoch k riešeniu, porovnanie výsledkov.
- Riešenie príkladov číslo 3 a 5 je dobrovoľné. Pokiaľ niektorá zo skupín zvládne tieto príklady, je vhodné aby ich prezentovala.

Sebareflexia (5 min)

Učiteľ rozdá žiakom súbor otázok a žiaci si zapíšu svoje odpovede na papieri. Na nasledujúcej hodine sa k nim spoločne môžu vrátiť.

1. **Čo som sa dnes naučil/naučila?** (Uved' 2-3 kľúčové poznatky, ktoré si si z hodiny odniesol/odniesla.)
2. **Ktoré pojmy mi boli najjasnejšie a ktoré najťažšie?** (Vysvetli, prečo.)
3. **Ako som využil/využila goniometrické funkcie a vety pri riešení úloh?** (Uved' konkrétny príklad.)
4. **Aké otázky mi napadli počas hodiny alebo po nej?** (Uved' aspoň jednu otázku.)
5. **Čo by som chcel/chcela ešte vedieť o uhloch dvoch priamok v priestore?** (Uved' tému alebo otázku, ktorá ťa zaujala.)
6. **Kde v praxi vidím využitie výpočtu uhla dvoch priamok v priestore?**

ÚLOHY:

Príklad 1: Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte uhol priamok:

- a) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AE}$
- b) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AD}$
- c) $\overleftrightarrow{AE}, \overleftrightarrow{AF}$
- d) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BD}$
- e) $\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{GH}$
- f) $\overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{FG}$
- g) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{S_{AE}F}$

Príklad 2: Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte uhol priamok:

- a) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{HF}$
- b) $\overleftrightarrow{DE}, \overleftrightarrow{BG}$
- c) $\overleftrightarrow{AH}, \overleftrightarrow{BE}$

Príklad 3*: Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte uhol priamok $\overleftrightarrow{CE}, \overleftrightarrow{AH}$

Príklad 4: Je daná kocka $ABCDEFGH$. Určte uhol priamok $\overleftrightarrow{AS_{GH}}, \overleftrightarrow{S_{AB}E}$

Príklad 5*: Je daný pravidelný štvorboký ihlan $ABCDV$. $|AB| = a = 5\text{cm}$,

$|AV| = b = 7\text{cm}$. Určte uhol priamok \overleftrightarrow{CV} a $\overleftrightarrow{AS_{DV}}$

